

# Theorie der nichtkontrahierten positiven Säule unter dem Einfluß negativer Ionen

Von G. ALBRECHT und G. ECKER

Aus dem Institut für Theoretische Physik der Universität Bonn  
(Z. Naturforsch. 17 a, 848—853 [1962]; eingegangen am 7. Juli 1962)

We consider a cylindrical positive column of a collision dominated plasma consisting of electrons, positive and negative ions and neutral particles. The qualities of such a column are deduced from an eigenvalue problem which follows from the application of the basic transport equations for such a plasma. The problem presents itself in the form of three simultaneous differential equations with boundary conditions. Applying a procedure which is known from nuclear physics as "Center-Wall-Approximation" we are able to reduce these three differential equations to three simultaneous algebraic equations. The numerical evaluation with the help of a digital computer produces the particle densities in the center of the discharge and the electric field as functions of the total current. The results are particularly interesting in the "subnormal" region of the discharge. With increasing current the subnormal decrease of the electric field is first interrupted due to the build up of the negative ion component which stops the formation of the ambipolar field. The subnormal field-decrease continues only at higher currents when the recombination of negative ions and positive ions remove the influence of the negative ion component. Due to these phenomena the subnormal features appear in two steps. The second one is delayed due to the described influence of the negative ions.

SCHOTTKY<sup>1</sup> gab die erste Beschreibung der zylindersymmetrischen positiven Säule. Seine Arbeit berücksichtigt nur die direkte Ionisierung der Neutralteilchen durch Elektronenstoß und vernachlässigt die Volumenrekombination der Ladungsträger wegen des kleinen Wirkungsquerschnittes und der relativ geringen Trägerdichten. Elektronen- und IonenTemperatur können verschieden sein, werden jedoch über den Querschnitt konstant vorausgesetzt. Die Trägerdichten sollen an der Wand verschwinden und innerhalb der ganzen Säule der Bedingung der Quasineutralität genügen.

Unter diesen Voraussetzungen diffundieren Elektronen und positive Ionen aus dem Säuleninnern zur Wand, wo sie rekombinieren. Wegen des großen Unterschiedes der Beweglichkeiten und Diffusionskoeffizienten der beiden Ladungsträger erfolgt die Diffusion ambipolar. Für die radiale TrägerdichteVerteilung ergibt sich eine BESSEL-Funktion nullter Ordnung. Die Längsfeldstärke in der Säule erweist sich als stromunabhängig. MORGULIS, FABRIKANT und SPENKE<sup>2-4</sup> erweiterten SCHOTTKYS Theorie durch Hinzufügung nichtlinearer Glieder zur Erfassung

von kumulativen und Volumenrekombinationseffekten.

Interessante Besonderheiten treten im Bereich sehr kleiner Stromstärken (geringe Trägerdichten) auf, wo im Gegensatz zu den Aussagen der SCHOTTKY-Theorie das Feld mit abnehmender Stromstärke rasch anwächst. ECKER<sup>5</sup> deutete diesen subnormalen Bereich analytisch aus dem Zusammenbruch des ambipolaren Feldes infolge Raumladungsmangels.

Brennt die Entladung in einem elektronegativen Gas, so sind neben den Elektronen und positiven Ionen auch die negativen Ionen zu berücksichtigen. Die Bedeutung dieser zusätzlichen Trägerkomponente wurde bereits von GÜNTHERSCHULZE<sup>6</sup> erkannt. Den ersten Versuch einer quantitativen Theorie unternahm SEELIGER<sup>7</sup> am Beispiel einer linearen Anordnung. Neuere Berechnungen stammen von WILHELM<sup>8</sup> und KONJUKOV<sup>9, 10</sup>. KONJUKOV berücksichtigt die Rekombination zwischen positiven und negativen Ionen und gibt Näherungslösungen des Dichteverlaufes der negativen Ionen in achsennahen Gebieten an.

<sup>1</sup> W. SCHOTTKY, Phys. Z. **25**, 342, 625 [1924].

<sup>2</sup> N. MORGULIS, J. Exp. Theor. Phys., USSR **8**, 707 [1938].

<sup>3</sup> V. FABRIKANT, C. R. Acad. Sci. USSR **24**, 531 [1939].

<sup>4</sup> E. SPENKE, Z. Phys. **127**, 221 [1950].

<sup>5</sup> G. ECKER, Proc. Phys. Soc., Lond. B **67**, 485 [1954].

<sup>6</sup> A. GÜNTHERSCHULZE, Z. Phys. **91**, 724 [1934].

<sup>7</sup> R. SEELIGER, Ann. Phys., Lpz. **6**, 93 [1949].

<sup>8</sup> J. WILHELM, Z. Phys. **154**, 361 [1959].

<sup>9</sup> M. V. KONJUKOV, Zh. Eksper. Teor. Fiz. **33**, 1039 [1957].

<sup>10</sup> M. V. KONJUKOV, Zh. Eksper. Teor. Fiz. **34**, 908 [1958].



### Theoretische Konzeption

Qualitativ sind folgende Einflüsse der negativen Ionen auf die positive Säule zu erwarten:

1. Durch die Anlagerung von Elektronen an Neutralteilchen besitzt ein Teil der negativen Ladungsträger so gut wie keine Ionisierungsfähigkeit mehr.

2. Die Verluste von Ladungsträgern im Volumen der Säule können nicht mehr vernachlässigt werden. Der Wirkungsquerschnitt für die Rekombination eines positiven Ions mit einem negativen Ion ist wesentlich größer als der für die Rekombination eines positiven Ions mit einem Elektron. Weiterhin können negative Ionen durch den Stoß von Elektronen zerstört werden.

3. Mit zunehmender Konzentration negativer Ionen wird die mittlere Beweglichkeit und Diffusion der negativen Ladungsträger reduziert und nähert sich den entsprechenden Werten der positiven Ladungsträger. Hieraus resultiert eine wesentliche Beeinflussung des ambipolaren Feldes und damit der subnormalen Eigenschaften.

Unsere Untersuchungen beschränken wir auf eine Säule mit nur je einer Sorte positiver und negativer Ionen. Sind in einem Gas verschiedene Anlagerungs- und Rekombinationsprozesse möglich, so ist diese Annahme gerechtfertigt, wenn ein Rekombinations- oder Anlagerungsprozeß dominiert. In anderen Fällen sind die verwendeten Anlagerungs- bzw. Rekombinationskoeffizienten als Mittelwerte aufzufassen. Die Untersuchungen setzen ferner bewußt eine axial homogene Säule voraus.

### Mathematische Formulierung des Problems

Wir verwenden die hydrodynamischen Grundgleichungen der Massen- und Impulserhaltung und

$$-\frac{1}{R^2} \frac{D_e}{\mu_e} \varrho \frac{dx}{d\varrho} = \frac{e}{\varepsilon_0} n_{e0} x \int_0^{\varrho} (z - y - x) \varrho \, d\varrho + (\alpha - \beta) E \int_0^{\varrho} x \varrho \, d\varrho + \delta \frac{2}{\mu_e} \sqrt{\frac{2 k T_e}{\pi m_e}} n_{e0} \int_0^{\varrho} x y \varrho \, d\varrho, \quad (4a)$$

$$-\frac{1}{R^2} \frac{D}{\mu} \varrho \frac{dy}{d\varrho} = \frac{e}{\varepsilon_0} n_{e0} y \int_0^{\varrho} (z - y - x) \varrho \, d\varrho + \beta E \int_0^{\varrho} \frac{\mu_e}{\mu} x \varrho \, d\varrho - \delta \frac{2}{\mu} \sqrt{\frac{2 k T_e}{\pi m_e}} n_{e0} \int_0^{\varrho} x y \varrho \, d\varrho - \sigma \frac{4}{\mu} \sqrt{\frac{k T}{\pi M}} n_{e0} \int_0^{\varrho} y z \varrho \, d\varrho, \quad (4b)$$

$$-\frac{1}{R^2} \frac{D}{\mu} \varrho \frac{dz}{d\varrho} = -\frac{e}{\varepsilon_0} n_{e0} z \int_0^{\varrho} (z - y - x) \varrho \, d\varrho + \alpha E \int_0^{\varrho} \frac{\mu_e}{\mu} x \varrho \, d\varrho - \sigma \frac{4}{\mu} \sqrt{\frac{k T}{\pi M}} n_{e0} \int_0^{\varrho} y z \varrho \, d\varrho. \quad (4c)$$

ersetzen wie in der SCHOTTKY-Theorie die Energiebilanz durch die Annahme konstanter Temperaturen über den Entladungsquerschnitt. Ebenfalls übernehmen wir die SCHOTTKYSche Randbedingung. Da wir jedoch keine Quasineutralität des Plasmas voraussetzen können, müssen wir die Poisson-Gleichung berücksichtigen.

Das Problem wird damit durch die folgenden Gleichungen beschrieben:

$$\operatorname{div} \mathbf{\Gamma}_e = \bar{\alpha} n_e - \bar{\beta} n_e + \delta n_e n_-, \quad (1a)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{\Gamma}_- = \bar{\beta} n_e - \bar{\sigma} n_+ n_- - \bar{\delta} n_e n_-, \quad (1b)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{\Gamma}_+ = \bar{\alpha} n_e - \bar{\sigma} n_+ n_-, \quad (1c)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = (e/\varepsilon_0) (n_+ - n_- - n_e), \quad (2)$$

$$\mathbf{\Gamma}_e = -\mu_e n_e \mathbf{E} - D_e \operatorname{grad} n_e, \quad (3a)$$

$$\mathbf{\Gamma}_- = -\mu n_- \mathbf{E} - D \operatorname{grad} n_-, \quad (3b)$$

$$\mathbf{\Gamma}_+ = \mu n_+ \mathbf{E} - D \operatorname{grad} n_+. \quad (3c)$$

Die Indizes e, + und - beziehen sich auf Elektronen, positive und negative Ionen.

Es bedeuten:  $\mathbf{\Gamma}$  = Teilchenströme;  $\mathbf{E}$  = Feldstärke;  $D$  = Diffusionskoeffizient;  $n$  = Teilchendichten;  $\mu$  = Beweglichkeiten;  $\bar{\alpha}$  = Ionisierungszahl der Elektronen pro Zeiteinheit;  $\bar{\beta}$  = Anlagerungszahl der Elektronen pro Zeiteinheit;  $\bar{\sigma}$  = Rekombinationskoeffizient von negativen mit positiven Ionen;  $\bar{\delta}$  = Ablösungskoeffizient für Zusammenstöße von Elektronen mit negativen Ionen.

Wir verwenden die reduzierten Größen

$$x = n_e/n_{e0}; \quad y = n_-/n_{e0}; \quad z = n_+/n_{e0}; \quad \varrho = r/R,$$

wo  $n_{e0}$  die Elektronendichte in der Säulenachse bezeichnet. Statt der Koeffizienten  $\bar{\alpha}$ ,  $\bar{\beta}$  benutzen wir die auf die Einheit der Weglänge in Feldrichtung bezogenen Größen  $\alpha$ ,  $\beta$  und statt  $\bar{\sigma}$  und  $\bar{\delta}$  die Wirkungsquerschnitte  $\sigma$  und  $\delta$  für diese Prozesse.

So ergibt sich:

Dazu gehören die Randbedingungen

$$\varrho = 0: \quad \frac{dx}{d\varrho} = \frac{dy}{d\varrho} = \frac{dz}{d\varrho} = 0, \quad (5 \text{ a})$$

$$x = 1, \quad (5 \text{ b})$$

$$\varrho = 1: \quad x = y = z = 0. \quad (5 \text{ c})$$

Die Gln. (4) und (5) formulieren ein Eigenwertproblem. Die Größe  $n_{e0}$  ist durch den experimentellen Parameter der Stromstärke gebunden. Lösungen für  $x(r)$ ,  $y(r)$  und  $z(r)$ , die der Randbedingung (5) genügen, gibt es nur für einen bestimmten Eigenwert von  $E$ .

### Auswertung

Für den Grenzfall der subnormalen Entladung ( $n_{e0} \rightarrow 0$ ) ist dieses Problem elementar integrierbar. Für die radialen Verteilungen  $x(r)$ ,  $y(r)$  und  $z(r)$  ergeben sich BESSEL-Funktionen nullter Ordnung. Die Anfangswerte von  $y_0$  und  $z_0$  sind

$$y_0 = \frac{D_e}{D} \frac{\beta}{\alpha - \beta}; \quad z_0 = \frac{D_e}{D} \frac{\alpha}{\alpha - \beta} \quad (6 \text{ a, b})$$

und der Feldeigenwert  $E$  bestimmt sich wie in der SCHOTTKY-Theorie aus der Randwertforderung

$$R \sqrt{(\bar{\alpha} - \beta)/D_e} = A, \quad (6 \text{ c})$$

wo  $A$  die erste Nullstelle der BESSEL-Funktion nullter Ordnung ist.

Für verschwindenden Anlagerungskoeffizienten  $\beta$  gehen diese Resultate erwartungsgemäß in die Ergebnisse von ECKER<sup>5</sup> über.

Im allgemeinen Fall stößt eine analytische Lösung des Problems auf unüberwindliche Schwierigkeiten. Eine maschinelle Bearbeitung wird besonders durch den Rand- und Eigenwertcharakter erschwert.

Bei der Suche nach einem geeigneten Näherungsverfahren bedenken wir, daß unser Augenmerk auf die Bestimmung der Trägerachsendichte ( $z_0$ ,  $y_0$ ) und des Feldeigenwertes ( $E$ ) fokussiert ist, während die radialen Verteilungen nur untergeordnetes Interesse haben.

Diese Tatsache empfiehlt die Verwendung eines Näherungsverfahrens, welches aus der Kernphysik unter der Bezeichnung „Center-Wall-Approximation“

bekannt ist. Die „Center-Wall-Approximation“ basiert auf der Anpassung zweier von der Achse bzw. von der Wand ausgehender Reihenentwicklungen. Der Grad der Genauigkeit, der auf diese Weise erzielt werden kann, ist begrenzt durch die Anzahl der Glieder der Entwicklung, die berücksichtigt werden können.

Die Reihenentwicklung am Rand unseres Gebietes ist naturgemäß wesentlich durch die Randbedingung bestimmt. Wir sind uns bewußt, daß die SCHOTTKYsche Formulierung nur eine grobe Näherung darstellt. Sie erlaubt eine Entwicklung bis zu Gliedern erster Ordnung. Eine genauere Randbedingung, wie sie beispielsweise für das Zweikomponentensystem an anderer Stelle<sup>5</sup> angegeben worden ist, würde eine Fortführung der Reihenentwicklung an der Wand zu höheren Gliedern erlauben. Eine entsprechend verfeinerte Formulierung der Randbedingung für ein Mehrkomponentensystem liegt jedoch völlig außerhalb des Rahmens dieser Arbeit, und wir müssen daher auf eine Fortführung der Reihenentwicklung an der Wand verzichten.

Aus diesem Grunde benutzen wir die folgenden Ansätze für die radialen Verteilungen:

$$x = (1 - \varrho^a); \quad y = y_0(1 - \varrho^b); \quad z = z_0(1 - \varrho^c). \quad (7 \text{ a, b, c})$$

Sie berücksichtigen einerseits die Verhältnisse am Rand in dem Rahmen, wie es unserer Kenntnis der Randbedingung angemessen ist; andererseits haben wir die Möglichkeit, mit Hilfe der Parameter  $a$ ,  $b$ ,  $c$  die Reihenentwicklung im Zentrum bis zur zweiten Näherung zu erfassen.

Von der soeben beschriebenen Näherungsmethode erwarten wir gute Resultate, solange keine Kontraktion der Säule auftritt. Im Falle einer Einschnürung dürften wir die Ergebnisse nur als größtenteils richtig betrachten. Diese vielleicht zweifelhaften Bereiche mit Säulenkontraktion schließen wir jedoch aus, da sich unsere Untersuchungen auf Gebiete beschränken, wo der Einfluß von  $\delta$  gering ist und daher auch keine Kontraktion zu erwarten ist<sup>11</sup>.

Mit der „Center-Wall-Approximation“ ergibt sich aus dem System der Diff.-Gln. (4) ein System von

<sup>11</sup> G. ALBRECHT, G. ECKER u. K. G. MÜLLER, Z. Naturforschg. 17a, 854 [1962], nachstehend.

drei algebraischen Gleichungen zur Bestimmung von  $y_0$ ,  $z_0$  und  $E$ :

$$(\alpha - \beta) E = \frac{4}{R^2} \frac{D_e}{\mu_e} - \frac{e}{\varepsilon_0} n_{e0} (z_0 - y_0 - 1) - \frac{2\delta}{\mu_e} \sqrt{\frac{2kT_e}{\pi m_e}} n_{e0} y_0 \quad (8a)$$

$$y_0 = \frac{\beta E (\mu_e/\mu)}{\frac{4}{R^2} \frac{D}{\mu} - \frac{e}{\varepsilon_0} n_{e0} (z_0 - y_0 - 1) + \frac{2\delta}{\mu} \sqrt{\frac{2kT_e}{\pi m_e}} n_{e0} + \frac{4\sigma}{\mu} \sqrt{\frac{kT}{\pi M}} n_{e0} z_0}, \quad (8b)$$

$$z_0 = \frac{\alpha E (\mu_e/\mu)}{\frac{4}{R^2} \frac{D}{\mu} + \frac{e}{\varepsilon_0} n_{e0} (z_0 - y_0 - 1) + \frac{4\sigma}{\mu} \sqrt{\frac{kT}{\pi M}} n_{e0} y_0}. \quad (8c)$$

Da die Größen  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $D_e/\mu_e$  und  $T_e$  komplizierte, teils nur experimentell bekannte Funktionen der Feldstärke  $E$  sind, stößt eine analytische Lösung dieses Gleichungssystems immer noch auf große Schwierigkeiten.

Das Gleichungssystem wurde daher maschinell ausgewertet.

### Ergebnisse

Die Auswertung der Gleichungen erfolgte mit Hilfe einer Digital-Rechenanlage \*. Dazu ist die Kenntnis der Daten für ein spezielles Gas notwendig. Als solches erschien Sauerstoff am geeignetsten. Die numerischen Werte wurden für einen Gasdruck von 1 mm Hg den Zusammenstellungen von BROWN<sup>12</sup> und BUCEL'NIKOVA<sup>13</sup> entnommen. Zur Demonstration des Einflusses der Koeffizienten  $\beta$  und  $\delta$  wurden die Gleichungen zusätzlich für mehrere fiktive Werte dieser beiden Größen bei sonst gleichbleibenden Entladungsdaten ( $R = 2,5$  cm,  $p = 1$  Torr) aus-

gewertet. Diese fiktiven Werte sind in den Abbildungen in relativen, auf die wahren Sauerstoffwerte bezogenen Größen angegeben ( $\beta_r$ ,  $\delta_r$ ).

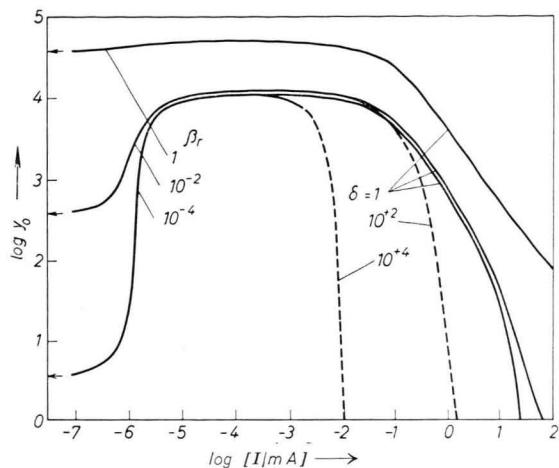


Abb. 2. Relative Dichte  $y_0$  der negativen Ionen in der Säulenachse. Bei  $\delta$  fehlt der Index  $r$  ( $\delta_r$ ).

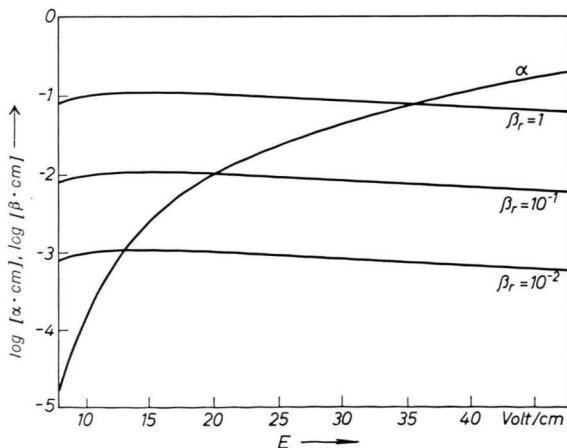


Abb. 1. Ionisationszahl  $\alpha$  und Anlagerungszahl  $\beta$  eines Elektrons pro cm Driftweg.  $\beta_r = 1$ : Wahre Anlagerungszahl für Sauerstoff.

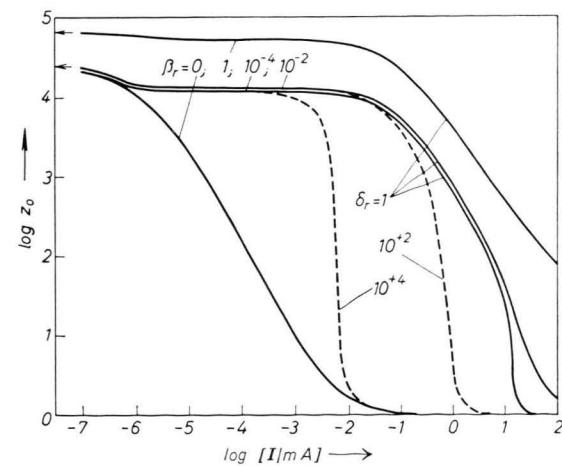


Abb. 3. Relative Dichte  $z_0$  der positiven Ionen in der Säulenachse.

\* Wir danken dem Direktor des Institutes für Instrumentelle Mathematik, Herrn Prof. Dr. UNGER, für die Überlassung der Rechenanlage.

<sup>12</sup> S. C. BROWN, Basic Data of Plasma Physics, Chapman & Hall, London 1959.

<sup>13</sup> N. S. BUCEL'NIKOVA, Fortschr. Phys. **8**, 626 [1960].

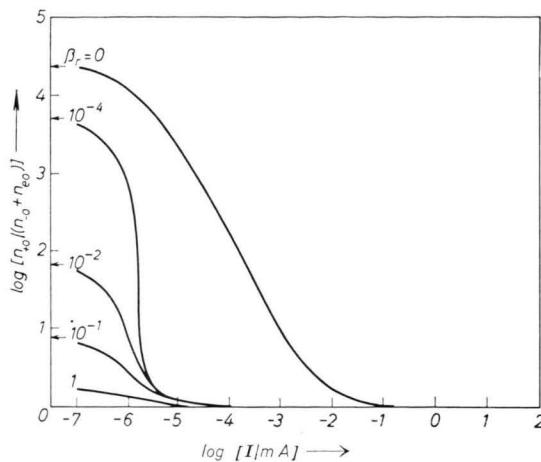


Abb. 4. Abweichung des Säulenplasmas von der Quasi-neutralität.

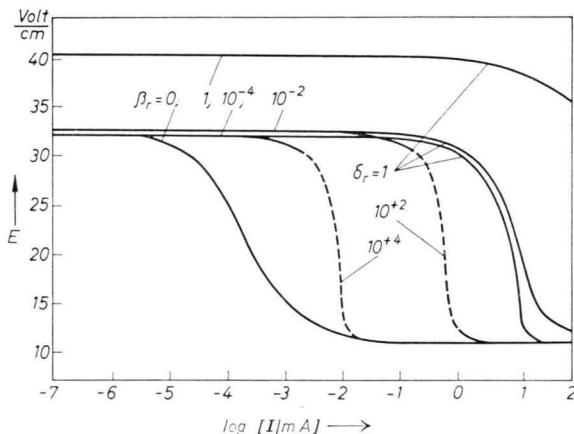


Abb. 5. Längsfeldstärke  $E$  in der Säule.

Die Abb. 1 zeigt die experimentell gegebene Abhängigkeit des Ionisationskoeffizienten  $\alpha$  und des Anlagerungskoeffizienten  $\beta$  vom Felde  $E$ .

In den Abb. 2 bis 5 sind die Ergebnisse der Rechnung dargestellt.

### Diskussion

Unsere Diskussion konzentriert sich auf die negative Ionendichte, die positive Ionendichte und die elektrische Feldstärke (Abb. 2, 3 und 5). Wir beginnen mit einer Zusammenfassung der charakteristischen Erscheinungen der Ergebnisse.

*Negative Ionen:* Bei fehlender Anlagerung ( $\beta_r = 0$ ) verschwindet trivialerweise die negative Ionendichte im gesamten Bereich. Mit wachsendem  $\beta_r$  zeigt sich ein Verlauf der relativen Dichte  $y_0$ , der physikalisch sinnvoll in drei Gebiete (A, B, C) un-

terteilt wird. Ausgehend von verschwindender Stromstärke, durchlaufen wir zunächst den Bereich A, innerhalb dessen  $y_0$  nach Maßgabe von  $\beta_r$  anwächst. Innerhalb des anschließenden Bereiches B bleibt  $y_0$  praktisch konstant. Das Gebiet C ist durch den Abfall von  $y_0$  gekennzeichnet. Während die relativen, negativen Ionendichten in den Gebieten A und C sehr unterschiedliche Werte annehmen, liegen sie innerhalb des Bereiches B selbst für sehr verschiedene Werte von  $\beta_r$  innerhalb der gleichen Größenordnung.

*Positive Ionen:* Für fehlende Anlagerung ( $\beta_r = 0$ ) wächst die relative positive Ionendichte  $z_0$  mit sinkender Stromstärke in bekannter Weise an<sup>5</sup>. Für endlichen Anlagerungskoeffizienten  $\beta_r$  erweist sich die bei der Beschreibung der negativen Ionen eingeführte Gebietsunterteilung auch hier als sinnvoll. Innerhalb des Bereiches A fällt  $z_0$  schwach ab. Im Gebiet B bleibt  $z_0$  praktisch konstant, um innerhalb C sehr rasch auf den SCHOTTKY-Wert abzusinken. Wie man erkennt, ist die relative, positive Ionendichte sowohl im Gebiet A als auch im Gebiet B von der gleichen Größenordnung, während nur in C sich nennenswerte Unterschiede zeigen.

*Feldstärke:* Hinsichtlich der Säule ohne negative Ionen ( $\beta_r = 0$ ) sind die Resultate wiederum in Übereinstimmung mit den Berechnungen von ECKER<sup>5</sup>. Bei endlichem Anlagerungskoeffizienten  $\beta_r$  zeigt sich für  $E$  im Prinzip ein ähnlicher Verlauf wie für  $z_0$ . Allerdings hebt sich nur die Zone C von B deutlich ab. Zwar ist die Feldstärke  $E$  auch innerhalb des Gebietes A gegenüber B erhöht, jedoch liegen diese Unterschiede innerhalb der Zeichengenauigkeit.

Wir stellen zunächst fest, daß unsere erweiterten Rechnungen die bereits bekannten Resultate der subnormalen Säule ohne negative Ionen ( $\beta_r = 0$ ) bestätigen.

Für endliches  $\beta_r$  sehen wir nach der vorausgegangenen Beschreibung als das dominierende Phänomen das Auftreten der drei verschiedenen Gebiete A, B und C an. In konsequenter Fortsetzung der Definition des subnormalen Bereiches ohne negative Ionen ( $\beta_r = 0$ ) müssen wir in Gegenwart der negativen Ionen von *zwei* subnormalen Gebieten sprechen, nämlich dem Übergang A – B einerseits und dem Übergang B – C andererseits (wir erinnern, daß in der Abb. 5 der Feldanstieg der Stufe A – B aus den bereits gegebenen Gründen nicht erkennbar ist).

Wie läßt sich das Auftreten der beiden subnormalen Stufen deuten?

Wie wir wissen, ist die Längsfeldstärke ( $E$ ) ausschließlich durch die Teilchenbilanz der Elektronen bestimmt. Danach müssen die durch Feldionisation ( $\alpha$ ) und Ablösung ( $\delta$ ) erzeugten Elektronen entweder durch Diffusionsverluste zur Wand ( $D$ ) oder aber durch Anlagerung an Neutralgasmoleküle ( $\beta$ ) vernichtet werden. Wir glauben, daß man die gesamten in den Abb. 2, 3 und 5 wiedergegebenen Erscheinungen auf der Basis dieser Bilanzgleichung verstehen kann, sofern man die Veränderung des ambipolaren Feldes und damit des Diffusionskoeffizienten berücksichtigt.

Bei sehr kleinen Stromstärken diffundieren die Trägerkomponenten unabhängig voneinander. Es besteht keine Möglichkeit, ein ambipolares Feld aufzubauen. Unter diesen Umständen ist die mittlere Aufenthaltszeit der Elektronen in der Säule durch  $\tau \simeq R^2/D_e$  bestimmt.  $\tau$  charakterisiert zusammen mit  $\beta$  den Elektronenverlust.  $\beta$  und  $\tau$  legen ebenfalls die Erzeugungsrate  $\alpha_-$  der negativen Ionen fest. Der Verlust der negativen Ionen ist durch  $D_-$  charakterisiert.

Mit der Erhöhung des Stromes wird allmählich ein ambipolares Feld aufgebaut. Dieses behindert die Elektronendiffusion zur Wand, verlängert so die Aufenthaltszeit  $\tau$  und bedeutet damit eine Erhöhung der Erzeugungsrate  $\alpha_-$  der negativen Ionen bei konstantem bzw. sogar leicht verzögertem Wandverlust der negativen Ionen. Aus diesen Umständen erwarten wir im Gebiet A ein Anwachsen der relativen negativen Ionendichte entsprechend den Beobachtungen.

Der weitere Aufbau des ambipolaren Feldes und der negativen Ionendichte mit der Stromstärke wird durch die negativen Ionen selbst begrenzt. Wenn die negative Ionendichte sich der positiven Ionendichte nähert, dann nähert sich der effektive Diffusionskoeffizient der negativen Träger dem der positiven Ionen und verhindert damit ein weiteres An-

wachsen des radialen ambipolaren Feldes. Dieser Zustand wird an der Grenze A – B erreicht. Von hier an treten innerhalb des Bereiches B zur Stromstärke proportionale Änderungen auf. Negative und positive Ionendichte variieren proportional zu der Elektronendichte. Das Feld bleibt wegen der konstanten relativen Verhältnisse ebenfalls unverändert.

Dieser Zustand ändert sich erst, wenn die Volumenrekombination von negativen Ionen mit positiven Ionen Platz greift. Dies bedingt eine Abnahme von  $z_0$  und  $y_0$  und des Feldes  $E$ . Zwar beeinflußt dieser Prozeß nicht direkt die Trägerbilanz der Elektronen, jedoch hat der Abbau der negativen Ionendichte durch Rekombination eine Erhöhung der effektiven, negativen Diffusionskoeffizienten zur Folge. Daher wird der vorher zurückgestellte Aufbau des ambipolaren Feldes wieder aufgenommen, die Verlustprozesse der Elektronen werden reduziert, und auf diesem Wege fordert die Bilanzgleichung der Elektronen eine Abnahme des elektrischen Feldes. Diese Erscheinungen deuten das Auftreten des zweiten subnormalen Bereiches B – C.

Man kann also kurz den wesentlichen Einfluß der negativen Ionen in folgender Weise beschreiben:

Der mit wachsender Stromstärke zunehmende Einfluß des radialen, ambipolaren Feldes wird infolge des Aufbaus der negativen Ionenkomponente schon bei geringen Stromstärken zurückgestellt, bis die Rekombination den Abbau der negativen Ionenkomponenten bewirkt.

Es wäre noch der Einfluß der Komponente  $\delta$  zu erwähnen. Wie man aus den Abbildungen ersieht, verschiebt  $\delta$  die zweite Stufe des subnormalen Bereiches (B – C) nach kleineren Stromstärken. Dies ist in voller Übereinstimmung mit der vorausgegangenen Diskussion, indem einerseits  $\delta$  die negative Ionendichte verringert, andererseits eine zusätzliche Elektronenerzeugung bedeutet.